

**KESALAHAN JAWABAN TES TRIGONOMETRI  
MAHASISWA PENDIDIKAN MATEMATIKA SEMESTER PERTAMA**

Oleh:  
Anton Jaelani  
Universitas Muhammadiyah Purwokerto  
Email : [antonjaelani@ump.ac.id](mailto:antonjaelani@ump.ac.id)

**ABSTRACT:**

Trigonometry was one of the basic topic used for learning advance mathematics. Lecturer bor teacher and students often faced difficulties when they learned trigonometri and answered trigonometric exercises, moreover when they solved trigonometric problem. This article described the undergraduate students unnecessary mistakes of trigonometric exercises. The conjectures of mistakes was created based on students mistakes in learning trigonometry. Data collection conducted from students test result. Data reduction, data display, and conclusion drawing was used to analyze the data. Test result choosed analyzed based on the conjectures created. Research found nine students unnecessary mistakes of the trigonometric exercise answer agreed with the conjectures. These were student uncared place of quadrant, students got accidently exchange formula, students created table to help them drawing trigonometric function graph, students drew trigonometric function graph in a straight line manner, students did not add period in solution of trigonometric equation, students did not operate to all of the part of equation, students applied distribution in a wrong place, students applied uncorrect formula, students did not connect between trigonometry other concept in mathematics.

**Keyword:** Trigonometry, Unnecessary Mistake, Students Answer.

**PENDAHULUAN**

Trigonometri merupakan salah satu materi yang wajib dipelajari di sekolah dan merupakan salah satu topik matematika yang sulit dipelajari oleh siswa (Sarac & Aslan-Tutac, 2017). Sejalan dengan pernyataan tersebut, May & Courtney (2016) menyatakan bahwa trigonometri merupakan komponen penting dari kurikulum matematika Sekolah Menengah Atas (SMA), matematika dan sains, serta bidang ilmu lain yang merupakan topik yang sulit dipelajari baik oleh siswa ataupun oleh guru. Bahkan, trigonometri digunakan dalam bidang ilmu yang lain seperti kedokteran, fisika, dan ekonomi (Dundar & Yaman, 2015). Selanjutnya, May & Courtney (2016) menyebutkan bahwa kapasitas penguasaan trigonometri menjadi prasyarat untuk penguasaan matematika tingkat lanjut. Trigonometri sering digunakan dalam penjelasan matematika dan definisi dari satu ide atau konsep baru (Mensah, 2017).

Trigonometri merupakan salah satu mata kuliah yang diwajibkan di semester satu ketika menempuh perkuliahan di Program Studi Pendidikan Matematika. Mata kuliah ini digunakan

sebagai dasar untuk menguasai mata kuliah-mata kuliah selanjutnya yang berhubungan dengan ruang lingkup matematika murni, seperti kalkulus, geometri, dan bilangan kompleks. Ferrer (2016) mengatakan bahwa trigonometri merupakan prasyarat untuk menguasai integral fungsi trigonometri, transformasi integral trigonometri, integral inversi fungsi trigonometri, dan substitusi trigonometri dalam penyelesaian integral.

Tentang kesulitan dalam menguasai trigonometri, Demir (2012) menguatkan bahwa trigonometri lebih sulit bagi siswa dibandingkan dengan topik matematika yang lain. Kesulitan ini menyebabkan mahasiswa menghasikan kesalahan-kesalahan yang seharusnya tidak terjadi. Kesalahan-kesalahan ini perlu diketahui agar dosen lebih memperhatikan dan menekankan perhatian mahasiswanya pada langkah-langkah yang biasanya mahasiswa melakukan kesalahan ketika sedang mempelajari trigonometri. Penjelasan tentang kesalahan ini juga perlu diketahui agar siswa tidak melakukan kesalahan yang tidak perlu yang sebenarnya telah dikuasainya.

Semester satu merupakan masa peralihan siswa menjadi mahasiswa. Mahasiswa semester satu masih cenderung mempunyai mental dan sikap seperti siswa sekolah. Telah diakui secara umum oleh orang bahwa matematika merupakan ilmu yang lebih sulit dipelajari dibandingkan dengan yang lain. Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika ada yang berasal dari Sekolah Menengah Kejuruan dan ada juga yang berasal dari Sekolah Menengah Atas Jurusan selain Matematika dan Ilmu Alam. Pada tahun pertama, ini akan menjadi kesulitan dan tantangan tersendiri bagi mahasiswa ini untuk menyesuaikan kemampuannya dalam menghadapi materi-materi dalam mata kuliah-mata kuliah yang dipelajarinya.

Penguasaan materi trigonometri sebagai dasar ilmu matematika sebelum memasuki materi matematika yang lain yang lebih dalam menjadi sangat penting jika dikaitkan dengan hal-hal yang nantinya disampaikan atau diajarkan kepada siswa kelak jika mahasiswa dari program studi pendidikan matematika sudah lulus dan masuk ke dalam dunia pengajaran dan pembelajaran di sekolah-sekolah formal. Hasil observasi menunjukkan bahwa banyak guru yang masih mengalami kesalahan konsep, kesalahan penulisan kalimat matematika, dan kesalahan prosedur dan ini diajarkan kepada siswa-siswa mereka. Materi trigonometri ini harus benar-benar dikuasai oleh guru dan kesalahan-kesalahan yang biasa dilakukan oleh calon guru sudah harus diketahui sejak awal ketika mahasiswa calon guru matematika ini

belajar secara formal di perkuliahan sebagai konfirmasi atas kebenaran-kebenaran dalam matematika.

#### METODE PENELITIAN

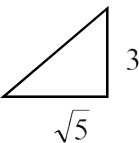
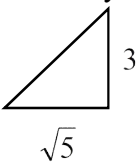
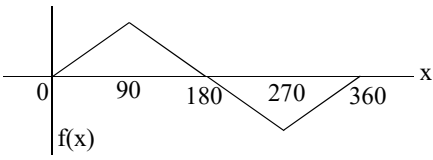
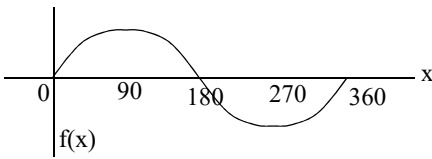
Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif yang bertujuan untuk mengetahui kesalahan-kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam menjawab pertanyaan tentang trigonometri yang sebelumnya telah dibuat konjektur-konjektur kesalahannya. Pengambilan sampel dilakukan dengan teknik *purposive sampling* dan yang dipertimbangkan dari pengambilan sampel tersebut adalah mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika yang telah mengikuti pembelajaran trigonometri di semester satu.

Data yang diambil berupa tes tentang penguasaannya terhadap materi trigonometri yang telah dipelajarinya. Teknik pemilihan data penting yang dideskripsikan yaitu dengan memilih jawaban-jawaban yang sesuai dengan konjektur jawaban siswa yang telah dibuat sebelumnya. Jawaban tes juga dipilih berdasarkan jawaban dari mahasiswa yang tingkat prestasinya tinggi dan sedang. Ini dilakukan agar dapat bermanfaat untuk memperbaiki kesalahan-kesalahan tersebut. Peneliti tidak mengambil jawaban dari mahasiswa siswa rendah karena permasalahan dari mahasiswa rendah dalam penguasaan materi trigonometri berbeda dengan mahasiswa dengan prestasi tinggi dan sedang. Permasalahan mahasiswa yang prestasinya rendah cenderung tidak menguasai hampir sebagian besar dari materi trigonometri sehingga hasil tesnya tidak dapat terbaca untuk dideskripsikan. Validitas dilakukan dengan dilakukan dengan menggunakan triangulasi hasil tes yang terdiri dari 69 mahasiswa setelah dilakukan reduksi data yang berupa pemilihan hasil tes yang dideskripsikan.

#### HASIL DAN PEMBAHASAN

Peneliti telah membuat konjektur kesalahan mahasiswa berdasarkan observasi perkuliahan yang dilakukan dua tahun sebelumnya. Kesalahan ini berfokus pada kesalahan yang dilakukan ketika mahasiswa menjalankan prosedur matematika tertentu yang dilihat pada langkah per langkah dari jawaban yang diberikan oleh mahasiswa atas pertanyaan yang diterimanya. Dua belas konjektur kesalahan jawaban tes trigonometri seperti disajikan dalam Tabel 1.

Tabel 1. Konjektur Kesalahan Jawaban Tes Trigonometri

Konjektur	Contoh	Keterangan										
Tidak memperhatikan letak kuadran	$\cos A = \frac{3}{5}$ maka $\sin A = \frac{4}{5}$	Jawaban yang benar adalah seperti di bawah ini. $\cos A = \frac{3}{5}$ maka $\sin A = \frac{4}{5}$ atau $\sin A = -\frac{4}{5}$										
Rumus yang tertukar	$\sin 75^\circ - \sin 15^\circ$ $= 2 \sin \frac{1}{2}(75^\circ + 15^\circ) \cos \frac{1}{2}(75^\circ - 15^\circ)$	Rumus yang benar adalah seperti berikut ini. $\sin A - \sin B$ $= 2 \cos \frac{1}{2}(A + B) \sin \frac{1}{2}(A - B)$ Jawaban yang benar adalah seperti berikut ini. $\sin 75^\circ - \sin 15^\circ$ $= 2 \cos \frac{1}{2}(75^\circ + 15^\circ) \sin \frac{1}{2}(75^\circ - 15^\circ)$										
Tidak menempatkan panjang sisi segitiga siku-siku dengan tepat	$\sin A = \frac{3}{\sqrt{5}}$ maka 	Jawaban yang benar seharusnya sebagai berikut. $\sin A = \frac{3}{\sqrt{5}}$ maka 										
Membuat grafik trigonometri menggunakan tabel	<table border="1" data-bbox="474 1155 906 1306"> <tr> <td><math>0^\circ</math></td> <td><math>30^\circ</math></td> <td><math>45^\circ</math></td> <td><math>60^\circ</math></td> <td><math>90^\circ</math></td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0,5</td> <td><math>\frac{1}{2}\sqrt{2}</math></td> <td><math>\frac{1}{2}\sqrt{3}</math></td> <td>1</td> </tr> </table>	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	0	0,5	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	Menggambar grafik fungsi trigonometri akan lebih cepat jika telah memahami bentuk dari grafik fungsi trigonometri dasar. Menggambar grafik fungsi trigonometri yang lebih kompleks dapat dilakukan dengan menggunakan transformasi
$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$								
0	0,5	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1								
Menggambar grafik fungsi trigonometri dengan garis lurus		Grafik seharusnya berupa garis lengkung. 										
Tidak menambahkan suku periode dalam penyelesaian persamaan	$\cos(x^\circ + 60^\circ) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ $\cos(x^\circ + 60^\circ) = \cos 30^\circ$ $x^\circ + 60^\circ = 30^\circ$ atau $x^\circ + 60^\circ = -30^\circ$	Jawaban yang benar adalah seperti berikut ini. $\cos(x^\circ + 60^\circ) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ $\cos(x^\circ + 60^\circ) = \cos 30^\circ$ $x^\circ + 60^\circ = 30^\circ + k.360^\circ$ atau $x^\circ + 60^\circ = -30^\circ + k.360^\circ$										

Konjektur	Contoh	Keterangan
Tidak mengalikan atau membagi semua suku pada ruas persamaan trigonometri	$2x^\circ - 30^\circ = 120^\circ + k.360$ $2x^\circ = 150^\circ + k.360^\circ$ $x^\circ = 75^\circ + k.360$	Jawaban yang benar adalah seperti di bawah ini. $2x^\circ - 30^\circ = 120^\circ + k.360$ $2x^\circ = 150^\circ + k.360^\circ$ $x^\circ = 75^\circ + k.180$
Tidak memperhatikan batas himpunan penyelesaian yang ditentukan	$x^\circ = 30 + k.90^\circ$ <p>Untuk <math>k = 0</math> maka <math>x^\circ = 30^\circ</math>            Untuk <math>k = 1</math> maka <math>x^\circ = 120^\circ</math>            Untuk <math>k = 2</math> maka <math>x^\circ = 210^\circ</math>            Untuk <math>k = 3</math> maka <math>x^\circ = 300^\circ</math>            Himpunan penyelesaian = <math>\{30^\circ, 120^\circ, 210^\circ, 300^\circ\}</math>            Padahal nilai <math>x^\circ</math> yang diminta hanya pada selang tertutup <math>0^\circ \leq x^\circ \leq 180^\circ</math></p>	Jawaban yang benar adalah seperti berikut ini. $x^\circ = 30 + k.90^\circ$ <p>Untuk <math>k = 0</math> maka <math>x^\circ = 30^\circ</math>            Untuk <math>k = 1</math> maka <math>x^\circ = 120^\circ</math>            Himpunan penyelesaian = <math>\{30^\circ, 120^\circ\}</math></p>
Menguraikan perbandingan trigonometri secara distributif	$\tan(3x^\circ + 45^\circ) = \tan 3x^\circ + \tan 45^\circ$	Jawaban yang benar adalah sebagai berikut. $\tan(3x^\circ + 45^\circ) = \frac{\tan 3x^\circ + \tan 45^\circ}{1 - \tan 3x^\circ \tan 45^\circ}$
Tidak tepat mengambil rumus yang seharusnya digunakan atau dipilih untuk menjawab pertanyaan	Ketika siswa diminta untuk menunjukkan bahwa dalam segitiga berlaku $\sin 2A + \sin 2B + \sin C = 4 \sin A \sin B \sin C$ dan jawabannya dengan menguraikan secara langsung $\sin 2A$ menjadi $2 \sin A \cos A$ , $\sin 2B$ menjadi $2 \sin B \cos B$ , dan $\sin 2C$ menjadi $2 \sin C \cos C$	Jawaban yang benar seharusnya mahasiswa menggunakan sifat sudut segitiga $A + B + C = 180^\circ$
Tidak memperhatikan batas-batas yang tidak terdefinisi pada penyelesaian pertidaksamaan trigonometri	$\tan x^\circ < -\sqrt{3}$ $\tan x^\circ < \tan 120^\circ$ $x^\circ < 120^\circ$	Untuk menyelesaikan persamaan perbandingan trigonometri tangen maka harus diperhatikan batas-batas yang tidak terdefinisi. Pada contoh ini telah diketahui bahwa nilai tangen antara sudut $0^\circ$ dan $90^\circ$ adalah bilangan positif sehingga tidak mungkin kurang dari $-\sqrt{3}$
Tidak menggunakan pengetahuan yang sebenarnya telah diketahuinya	Ketika mahasiswa diberikan soal tentang segiempat yang diketahui diagonal-diagonalnya, mahasiswa tidak menghubungkan antara sudut-sudut antar diagonal dengan rumus trigonometri sudut berelasi.	Seharusnya siswa menghubungkan antara rumus trigonometri sudut berelasi dengan sudut-sudut bertolak belakang dan sudut-sudut berpelurus yang ada pada diagonal-diagonal segiempat.

Berikut ini merupakan hasil dari jawaban siswa yang sesuai dengan konjektur yang telah dibuat oleh peneliti.

1. Tidak memperhatikan letak kuadran dalam menentukan sudut.

Dalam menentukan sudut atau nilai trigonometri, mahasiswa tidak memperhatikan letak kuadran. Gambar 1 memperlihatkan bahwa mahasiswa menggambar segitiga siku-siku pada kuadran III untuk mempermudahnya menentukan nilai perbandingan trigonometri tetapi dia tidak memperhatikan tanda positif dan negatifnya.

Handwritten student work showing a right-angled triangle in the third quadrant and calculations for trigonometric ratios. The triangle has a vertical side of length 1, a horizontal side of length 2, and a hypotenuse of length 2. The angle A is at the origin. The calculations are:

$$\begin{aligned} &= \sqrt{2^2 - 1^2} \\ &= \sqrt{4-1} \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

Diagram of a right-angled triangle in the third quadrant with a vertical side of length 1, a horizontal side of length 2, and a hypotenuse of length 2. The angle A is at the origin.

$$\sin A = \frac{1}{2} \quad \csc A = \frac{1}{\sin A} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

$$\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{3} \quad \sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

Gambar 1. Tidak Memperhatikan Letak Kuadran

2. Tertukarnya rumus yang digunakan dalam menjawab pertanyaan tentang trigonometri.

Mahasiswa diberikan pertanyaan trigonometri seperti di bawah ini.

Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan  $\cos x - \cos 3x = 0$ , dengan  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

Pertanyaan di atas bertujuan untuk mencari himpunan penyelesaian dari persamaan trigonometri yang di dalamnya menerapkan salah satu dari rumus jumlah dan selisih pada sinus dan cosinus. Jawaban mahasiswa menunjukkan bahwa sebenarnya mahasiswa menguasai cara mendapatkan penyelesaian persamaan trigonometri tetapi mahasiswa mengalami kesalahan dengan tertukarnya dari bentuk  $\cos x - \cos 3x$  yang diubah menjadi bentuk  $2 \cos \frac{1}{2}(4x) \cos \frac{1}{2}(-2x)$  (Gambar 2).

Seharusnya bentuk  $\cos x - \cos 3x$  diubah menjadi bentuk  $-2 \sin(4x) \sin \frac{1}{2}(-2x)$ .

Sebagai tambahan penjelasan, jawaban di atas juga menunjukkan bahwa mahasiswa pemilik jawaban di atas tidak dapat benar-benar mengingat rumus. Ini dibuktikan dengan

tidak diubahnya bentuk  $\cos(-x)$  menjadi  $\cos x$ . Namun jawaban di atas menunjukkan bahwa mahasiswa sebenarnya dapat menyelesaikan persamaan trigonometri dengan benar jika dia tidak melakukan kesalahan konversi bentuk aljabar seperti yang telah dijelaskan di atas.

Tentukan HP dari  $\cos x - \cos 3x = 0$  ;  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

penyelesaian :

$$\cos x - \cos 3x = 0$$

$$2 \cos \frac{1}{2}(4x) \cos \frac{1}{2}(-2x) = 0$$

$$2 \cos 2x \cos (-x) = 0$$

$$\cos 2x \cos (-x) = 0$$

$$\cos 2x \cos (-x) = 0$$

#  $\cos(-x) = \cos 90^\circ$

$$2x = 90^\circ + k \cdot 360^\circ \vee 2x = -90^\circ + k \cdot 360^\circ$$

$$x = 45^\circ + k \cdot 180^\circ \vee x = -45^\circ + k \cdot 180^\circ$$

$$x = 90^\circ + k \cdot 360^\circ \vee x = -90^\circ + k \cdot 360^\circ$$

$$x = 90^\circ - k \cdot 360^\circ$$

$k = -1 \Rightarrow x = -135^\circ$  (TM)  $x = -225^\circ$  (TM)  $x = 270^\circ$  (V)  $x = 450^\circ$  (TM)

$k = 0 \Rightarrow x = 45^\circ$  (V)  $x = -45^\circ$  (TM)  $x = -90^\circ$  (TM)  $x = 90^\circ$  (V)

$k = 1 \Rightarrow x = 225^\circ$  (V)  $x = 135^\circ$  (V)  $x =$  (TM)  $x =$  (TM)

$k = 2 \Rightarrow x = 405^\circ$  (TM)  $x = 315^\circ$  (V)  $x =$  (TM)  $x =$  (TM)

HP :  $\{45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 270^\circ, 315^\circ\}$

Tertukarnya penggunaan rumus

Gambar 2. Tertukarnya Penggunaan Rumus

3. Menggambar grafik fungsi trigonometri dengan cara membuat tabel terlebih dahulu yang barisnya berisi besar sudut dan nilai perbandingan trigonometrinya. Mahasiswa diberi perintah untuk menggambar salah satu grafik fungsi trigonometri sebagai berikut.

Gambarkan grafik dari  $f(x) = 2 \sin(x^\circ + 60^\circ)$ , dengan  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

3)  $f(x) = 2 \cdot \sin(x^\circ + 60^\circ)$

sudut	$\sin x^\circ$	$2 \cdot \sin(x^\circ + 60^\circ)$	
$0^\circ$	0	$1\sqrt{3}$	$60^\circ$
$30^\circ$	$\frac{1}{2}$	2	$90^\circ$
$45^\circ$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$2 \sin 105^\circ$	$105^\circ$
$60^\circ$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$1\sqrt{3}$	$120^\circ$
$90^\circ$	1	1	$150^\circ$
$120^\circ$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	0	$180^\circ$
$135^\circ$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$2 \sin 195^\circ$	$195^\circ$
$150^\circ$	$\frac{1}{2}$	-1	210
$180^\circ$	0	$-1\sqrt{3}$	240
$210^\circ$	$-\frac{1}{2}$	-2	270

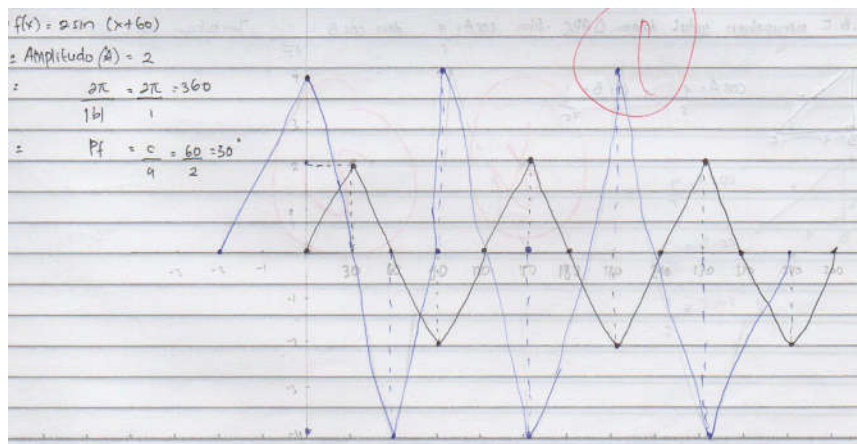
Gambar 3. Penggunaan Tabel Sebelum Menggambar Grafik Fungsi Trigonometri

Pertanyaan ini bertujuan untuk mengetahui penguasaan mahasiswa terhadap bentuk-bentuk grafik trigonometri sehingga mahasiswa akan lebih cepat dalam menggambar

grafik fungsi trigonometri. Jawaban siswa menunjukkan bahwa mahasiswa tidak mengetahui bentuk grafik trigonometri. Ini dibuktikan dengan adanya tabel nilai fungsi trigonometri yang ditanyakan pada jawabannya (Gambar 3). Penggunaan tabel ini akan menghabiskan waktu yang lebih banyak dalam menyelesaikannya. Walaupun penggunaan tabel tidak membuat jawabannya menjadi salah ketika gambar grafiknya benar tetapi ini menunjukkan bahwa abstraksi siswa terhadap grafik fungsi trigonometri masih rendah.

4. Menggambar grafik fungsi trigonometri dengan garis lurus.

Jawaban lainnya menunjukkan adanya ketidakpedulian terhadap ketidaklinearan grafik fungsi trigonometri (Gambar 4). Seharusnya mahasiswa memperhatikan bahwa grafik fungsi trigonometri berbentuk garis lengkung atau kurva mulus, bukan garis lurus, dalam setiap kondisinya dan periodik atau berulang pada interval tertentu.



Gambar 4. Garis Lurus pada Gambar Grafik Fungsi Trigonometri

5. Tidak mengikutsertakan suku yang menunjukkan periode dari penyelesaian persamaan trigonometri.

Pertanyaan yang diberikan kepada mahasiswa adalah seperti yang disajikan berikut ini.

Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan 
$$\begin{cases} \sin(x - y) = \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ x + y = 90^\circ \end{cases}$$

dengan  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$  dan  $0^\circ \leq y \leq 360^\circ$ .

Pertanyaan ini bertujuan agar mahasiswa dapat melakukan penyelesaian sistem persamaan dengan bentuk persamaan yang tidak seragam karena adanya suku periode dari salah satu persamaan.

Gambar 5 menunjukkan bahwa penyelesaian persamaan tidak mengikutsertakan suku yang menunjukkan periode nilai dari perbandingan trigonometri. Mahasiswa langsung

melakukan langkah pengeliminasian tanpa memperhatikan berulangnya nilai dari variabelnya. Seharusnya jawaban di atas mengikutsertakan nilai dari  $k.360^\circ$  pada  $x - y = 60^\circ$  sehingga menjadi  $x - y = 60^\circ + k.360^\circ$ .

$$\begin{aligned} 2. \quad & \begin{cases} \sin(x-y) = \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ x+y = 90^\circ \end{cases} \\ & \sin(x-y) = \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ & \sin(x-y) = \sin 60^\circ \\ & x-y = 60^\circ \\ & x+y = 90^\circ - \\ \hline & -2y = -30 \\ & y = 15 \\ & x = 75 \end{aligned}$$

Gambar 5. Tidak Mengikutsertakan Periode

6. Tidak membagi atau mengali semua suku pada salah satu ruas persamaan trigonometri ketika mengubah langkah per langkah bentuk persamaan trigonometri.

$$\begin{aligned} \sec(2x+90) &= 1 \quad 0^\circ \leq \\ \frac{1}{\cos(2x+90)} &= 1 \\ \cos(2x+90) &= 1 \\ \cos(2x+90) &= \cos 0^\circ \\ 2x+90 &= 0^\circ + k \cdot 360^\circ \rightarrow \text{Tidak dibagi 2} \\ 2x &= -90^\circ + k \cdot 360^\circ \\ x &= -45^\circ + k \cdot 360^\circ \\ \text{u/k=0} &\Rightarrow -45^\circ + 0 \cdot 360^\circ \\ \text{u/k=1} &\Rightarrow -45^\circ + 360^\circ \\ \text{u/k=1} &\times \checkmark = 315^\circ \end{aligned}$$

Gambar 6. Tidak Membagi atau Mengali Semua Suku

Baris ke-6 dan ke-7 dari hasil pekerjaan tersebut menunjukkan bahwa mahasiswa hanya membagi  $-90^\circ$  dengan 2 tetapi tidak membagi  $k.360^\circ$  dengan 2 juga (Gambar 6). Ini menyebabkan himpunan penyelesaian yang dihasilkan lengkap. Kesalahan ini terjadi karena mahasiswa belum menguasai tentang perubahan bentuk aljabar. Ini sesuai dengan penemuan Maharaj (2017) yang menyatakan bahwa kesulitan siswa berhubungan dengan konvensi aljabar, perbedaan pemisahan antara aritmetika, aljabar, dan geometri.

7. Menguraikan perbandingan trigonometri dua suku dengan cara distributif.

Mahasiswa diminta untuk menjawab pertanyaan seperti di bawah ini.

Tentukan himpunan penyelesaian dari  $\sec(2x + 90^\circ) = 1$  dengan  $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ .

Pertanyaan ini sebenarnya bukan untuk mengetahui cara mahasiswa dalam menguraikan perbandingan trigonometri dua suku tetapi pertanyaan ini digunakan menguji kemampuan mahasiswa dalam menggunakan salah satu identitas sederhana trigonometri yaitu identitas kebalikan  $\sec x = \frac{1}{\cos x}$  untuk menyelesaikan persamaan trigonometri. Faktanya

ditemukan bahwa mahasiswa menguraikan perbandingan trigonometri dua suku dengan cara distributif sebagai salah satu langkah dalam menyelesaikan persamaan trigonometri.

Mahasiswa juga diberikan pertanyaan seperti berikut ini untuk menjawabnya.

Tanpa menggunakan alat bantu, tentukan nilai dari  $\cos 145^\circ + \cos 35^\circ - \cos 45^\circ$ .

Salah jawaban mahasiswa dari pertanyaan di atas disajikan pada Gambar ??.

$$\begin{aligned} \cos 145^\circ + \cos 35^\circ - \cos 45^\circ &= \cos (\alpha + \beta) - \cos 45^\circ \\ &= \cos (145 + 35) - \cos 45^\circ \\ &= \cos 180^\circ - \cos 45^\circ \\ &= -1 - \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{aligned}$$

Gambar 7. Menguraikan Secara Distributif

Jawaban tersebut menampilkan jawaban siswa yang mengubah  $\cos 145^\circ + \cos 35^\circ$  menjadi  $\cos(145^\circ + 35^\circ)$  (Gambar 7). Ini sangat tidak berdasar. Pendistribusian hanya berlaku pada operasi bilangan ataupun aljabar tetapi tidak berlaku di dalam sebuah konsep seperti cosinus di atas. Mahasiswa seharusnya dapat menggunakan sifat jumlah dan selisih perbandingan trigonometri atau sifat nilai perbandingan trigonometri sudut berelasi untuk menemukan nilai yang dicari.

8. Kehabisan waktu dalam menjawab pertanyaan karena Tidak tepatnya rumus yang digunakan.

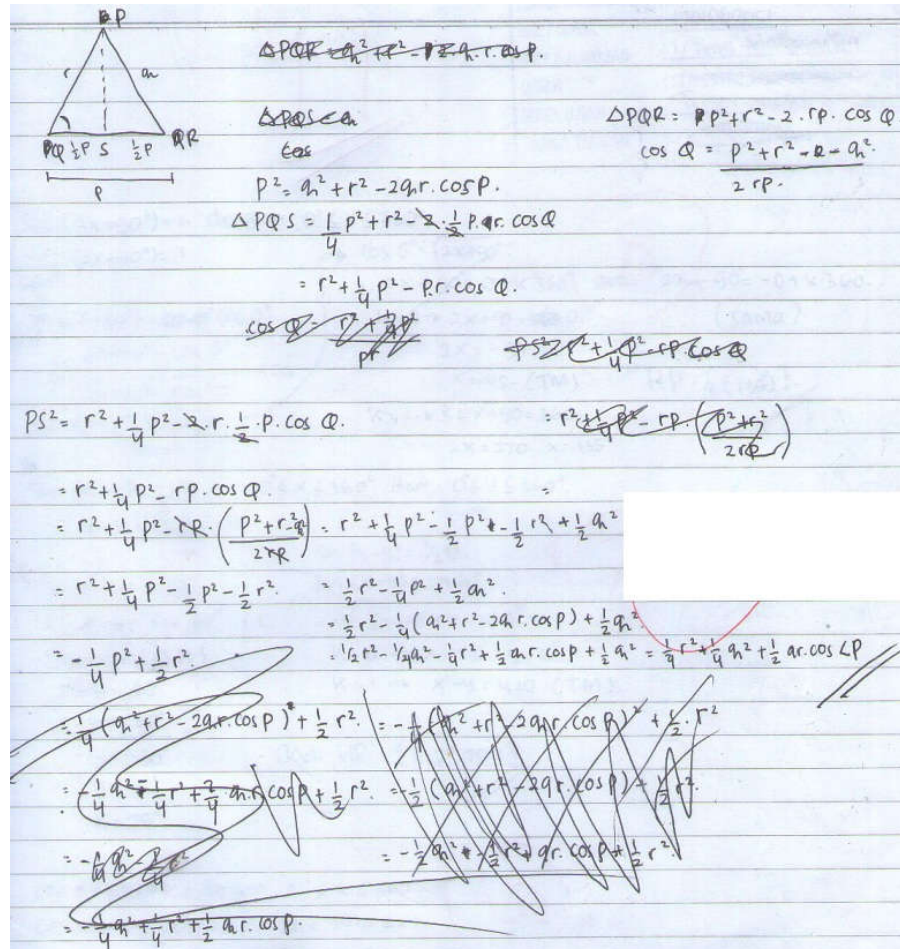
Pertanyaan yang diberikan kepada mahasiswa adalah seperti berikut ini.

Diketahui segitiga  $PQR$  dengan  $S$  di tengah-tengah  $QR$ . Tunjukkan bahwa dalam segitiga tersebut berlaku  $(PS)^2 = \frac{1}{4}q^2 + \frac{1}{4}r^2 + \frac{1}{2}qr \cos \angle P$ .

Pertanyaan ini bertujuan agar mahasiswa dapat menggunakan rumus yang seharusnya digunakan dengan memilih segitiga yang tepat untuk diambil rumusnya.

Jawaban mahasiswa terlihat banyak coretan yang tadinya sudah ditulis kemudian digagalkan dengan dicoret (Gambar 8). Ini akan menghabiskan waktu yang digunakan mahasiswa untuk menyelesaikan jawaban mereka. Adanya banyak coretan yang tidak

perlu ini karena mahasiswa menggunakan rumus yang tidak tepat yang tidak menuju ke arah jawaban yang diminta. Walaupun jawaban tersebut benar tetapi waktu yang digunakan untuk menuliskan jawaban menjadi berkurang dan ini mengakibatkan jawaban dari pertanyaan yang lain terabaikan akibat terlalu fokus pada waktu menjawab pertanyaan ini.



Gambar 7. Ketidaktepatan Pemilihan Rumus

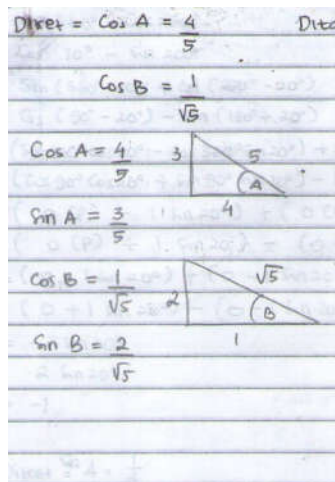
9. Mahasiswa tidak dapat mengaitkan antara rumus dalam trigonometri dengan konsep lain dalam geometri.

Mahasiswa diminta untuk menjawab pertanyaan seperti berikut ini.

Diketahui  $A$ ,  $B$ , dan  $C$  merupakan sudut-sudut dalam segitiga  $ABC$ . Jika  $\cos A = \frac{4}{5}$

dan  $\cos B = \frac{1}{\sqrt{5}}$ . Tentukan nilai dari  $\sin C$ .

Pertanyaan ini bertujuan untuk memanggil kembali ingatan mahasiswa tentang jumlah sudut dalam segitiga, yaitu bahwa yang dapat digunakan untuk mencari nilai dari  $\sin C$ . Jawaban mahasiswa hanya menunjukkan bahwa siswa dapat menentukan nilai-nilai dari  $\sin A$  dan  $\sin B$  yang didapatkan dari nilai dari  $\cos A$  dan  $\cos B$  tetapi konsep dalam segitiga yang harus digunakan untuk menjawab pertanyaan tersebut tidak muncul (Gambar 9)



Gambar 9. Tidak Munculnya Konsep Jumlah Sudut dalam Segitiga

Jawaban tersebut atau yang semacamnya menunjukkan terisolasinya pengetahuan yang sebenarnya telah mereka dapatkan sebelumnya. Padahal konsep jumlah sudut dalam segitiga merupakan konsep yang mudah dipahami. Perlu ada pemicu yang harus diberikan kepada mahasiswa untuk memunculkan kembali pengetahuan yang sebenarnya telah dimilikinya. Dosen perlu memfasilitasi pemicu ini agar mahasiswa dapat yang menjangkau ingatan-ingatannya yang bermanfaat untuk menjawab pertanyaan di atas.

## KESIMPULAN

Kesalahan jawaban tes trigonometri yang ditemukan dalam penelitian ini yang sesuai dengan konjektur yang telah dibuat yaitu tidak memperhatikan letak kuadran, tertukarnya rumus yang diaplikasikan, menggunakan tabel untuk membuat grafik fungsi trigonometri, menggambar grafik fungsi trigonometri yang berupa garis lurus, tidak menyertakan periode dalam penyelesaian persamaan trigonometri, tidak mengoperasikan perkalian atau pada semua suku dalam persamaan, tidak tepat dalam menggunakan pendistribusian dalam aljabar, mengaplikasikan rumus yang tidak tepat yang tidak sesuai dengan jawaban yang diminta, tidak menghubungkan antara trigonometri dengan konsep matematika yang lain.

## DAFTAR PUSTAKA

Demir, O. (2012). *A New Theoretical and Educational Approach*. Universteit van Amsterdam: Amsterdam. (Thesis).

Dundar, S. & Yaman, H. (2015). How do Prospective Teachers Solve Routine and Non-Routine Trigonometry Problems?. *International Online Journal of Educational Sciences*. Vol. 7.2. 41 – 57.

Ferrer, F. P. (2016). Investigating Students' Learning Difficulties in Integral Calculus. *People: International Journal of Social Science*. Vol. 2.1. 54 – 68.

Maharaj, A. (2008). Some Insight from Research Literature for Teaching and Learning Mathematics. *South African of Education*. Vol. 28. 401 – 414.

May, V. & Courtney, S. (2016). Developing Meaning in Trigonometry. *Illionis Mathematics Teacher*, on February 29, 2016. 26 – 33.

Mensah, F. S. (2017). Ghanaian Senior High School Students' Error in Learning of Trigonometry. *International Journal of Environmental and Science Education*. Vol. 12.8. 1709 – 1717.

Sarac, A. & Aslan-Tutac, F. (2017). The Relationship between Teacher Efficacy and Students' Trigonometry Self-Efficacy and Achievement. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*. Vol. 18.1. 66 – 83.